

**Die Bindungsenergie leichter Atomkerne
nach dem Schalenmodell**

Henning von Siemens

1958



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Die Bindungsenergie leichter Atomkerne
nach dem Schalenmodell

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Ludwig-Maximilians-Universität

zu

München

vorgelegt

von

Henning von Siemens

aus

Berlin

Juni 1958



Berichterstatter: Prof.Dr. F. B o p p

Tag der mündlichen Prüfung: 30. JULI 1958

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Theoretische Physik der Universität München in den Jahren 1955-1957 durchgeführt.

Herrn Prof. Dr. F. B o p p ,

sowie Herrn Dr. K. Wildermuth möchte ich für die Überlassung des Themas und für viele anregende Diskussionen danken.

I n h a l t

	Seite
1. Einleitung.	1
2. Die Einteilchenfunktionen.	3
3. Die Konfigurationen	6
4. Die Bestimmung des Radius-Parameters.	8
5. Die Bindungsenergien.	11
6. Die Korrektur der Dichteverteilung.	17
7. Zusammenfassung	23
8. Anhang.	24

1. Einleitung

Fasst man den Atomkern als ein mechanisches Vielteilchensystem auf, in dem sich Protonen und Neutronen unter dem Einfluss ihrer gegenseitigen Wechselwirkungen auf komplizierten Bahnen bewegen, so liegt es nahe, bei der theoretischen Beschreibung der Kerneigenschaften in zwei Schritten vorzugehen: Zunächst wird man nach der Kinematik der Nukleonen fragen und sich über ihre Bahnen und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten Vorstellungen bilden, die man mit dem Experiment in Verbindung bringen kann. Erst in zweiter Linie wird man versuchen können, diese Bewegungen dynamisch zu begründen, denn man braucht dazu sowohl ein geeignetes mathematisches Verfahren zur Lösung des Vielteilchenproblems als auch eine genaue Kenntnis der Nukleonenwechselwirkung. In diesem Sinn ist das Tröpfchenmodell, dem nur die einfache Annahme einer bis zum Kernrand konstanten Nukleonendichte zugrunde liegt, der erste Ansatz, Streuquerschnitte und Bindungsenergien modellmässig zu erklären.

Das Schalenmodell macht schon eine gewisse Anleihe beim dynamischen Prinzip, indem es von einem Pauschalpotential ausgeht und für die einzelnen Nukleonen stationäre quantenmechanische Zustände liefert. Diese Potentialvorstellung hat sich in vielen Einzelheiten sehr gut bewährt. Sie bereitet aber bei ihrer Begründung durch individuelle Nukleonenwechselwirkungen so grosse Schwierigkeiten, dass man sie eigentlich mehr als Arbeitshypothese ansehen muss, die die Kinematik der Nukleonen in geeigneter Weise festlegt, als als Näherungsmethode einer dynamischen Beschreibung. So lässt es sich z.B. heute noch nicht entscheiden, ob die Rechnung mit stationären Einteilchenzuständen deshalb zu guten Ergebnissen führt, weil diese in einer uns noch nicht ganz erklärlichen Weise in der Natur tatsächlich verwirklicht sind, oder weil man sie als zwar sehr kurzlebig aber z. B. durch das Pauli-Prinzip als sehr bevorzugt ansehen muss.

Im Gegensatz zu diesen genannten Modellen, die sich von vornherein die Beschreibung der realen Atomkerne zur Aufgabe setzen, stehen die Versuche von BRUECKNER ¹⁾, EDEN ²⁾ und BETHE ³⁾, die Kernmaterie dynamisch zu behandeln. Diese sogenannte Bruecknersche Theorie ist ein störungstheoretischer Ansatz für das Vielteilchenproblem, der die Vielfachstreuung der Nukleonen im Kern auf Grund von Zweikörperkräften beschreibt. Bisher ist sie nur auf die unendlich ausgedehnte Kernmaterie angewendet worden, jedoch ist es nach einem bisher noch nicht veröffentlichten Vorschlag von BETHE möglich, die Einflüsse der Kernoberfläche auch in dieser Theorie näherungsweise zu berücksichtigen.

Aber abgesehen von dieser mathematischen Schwierigkeit, reale Kerne zu behandeln, reichen auch unsere Kenntnisse über die Kernkräfte noch

nicht aus, ein befriedigendes dynamisches Modell zu entwerfen. Aus den (pp)- und (np)-Streuexperimenten können wir viele Einzelheiten über die Nukleonenwechselwirkung erfahren; so hat z.B. GAMMEL, CHRISTIAN u. THALER ⁴⁾ durch Einführung geeigneter phänomenologischer Kraftansätze die Experimente über weite Bereiche der Streuenergie beschreiben können. Jedoch zeichnen sich für sehr hohe Energien (300 MeV) schon die Grenzen dieses Verfahrens ab, und es wird fraglich, ob die nukleare Wechselwirkung überhaupt durch Potentialansätze beschrieben werden kann.

Es tritt aber bei der Wechselwirkung im Kern noch ein Umstand hinzu, den die (pp)- und (np)-Streuungen nicht erfassen können: wegen der grossen Dichte der Nukleonen im Kern besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich mehr als zwei Nukleonen gleichzeitig in ihren gegenseitigen Anziehungsbereichen befinden, denn der mittlere Abstand der Nukleonen ist ungefähr gleich der Reichweite der Kräfte. Es werden sich daher häufig die Kräfte mehrerer Nukleonen überlagern. Da die π -Mesonen, die Quanten des Kernkraftfeldes, eine starke Wechselwirkung mit den Nukleonen selber zeigen, ist eine gewisse Vacuumpolarisation des Nukleonenfeldes zu erwarten und damit nach DRELL u. HUANG ¹⁴⁾ eine Nichtlinearität des Kernfeldes. Die Kernkräfte werden sich daher unter Umständen nicht linear überlagern. Die Beschreibung dieses Effektes durch Potentialfunktionen führt zu sogenannten Mehrkörperkräften, über die bis jetzt aber noch sehr wenig bekannt ist.

Wir sind daher heute in der Lage, dass wir weder die Bewegungsgleichung der Nukleonen im Kern befriedigend lösen können, noch die ihr zugrunde liegenden Kräfte genau kennen. Es liegt daher nahe, sich bei der weiteren Entwicklung von Modellvorstellungen zunächst auf Betrachtungen über die Kinematik der Nukleonen zu beschränken, wie sie das in vielen Einzelheiten bewährte Schalenmodell liefert. Ebenso wird man zur Beschreibung der Nukleonenwechselwirkungen nur diejenigen Eigenschaften heranziehen, die einigermaßen bekannt sind: die Zweikörperkräfte, wie sie die Streuexperimente liefern.

In diesem Sinne sind in der letzten Zeit eine Reihe von Arbeiten ^{17) - 21), 15)} erschienen, die sich mit der Erklärung von magnetischen Momenten, Quadrupolmomenten, Bindungsenergien, Anregungsenergien und anderen Kerneigenschaften auf Grund von Zweikörperkräften befassen. Die Arbeiten, die speziell die Bindungsenergien behandeln, beschränken sich teils auf etwas allgemeinere Kraftansätze, die sich nicht unmittelbar auf die Streuexperimente zurückführen lassen wie bei TALMI u. THIEBERGER ¹⁷⁾, oder es werden wie bei KURATH ¹⁸⁾ gewisse Vernachlässigungen bei der Berechnung der Erwartungswerte der potentiellen Energie gemacht.

Die vorgelegte Arbeit versucht, diese Lücke zu schliessen und möchte eine Antwort auf die Frage geben, wie weit die Bindungsenergien der leichten

Kerne auf die Zweikörperkräfte zurückzuführen sind, wie sie durch die Streuexperimente geliefert werden. Als Zustandsfunktionen der Kerne wurden antisymmetrische Produktansätze aus den Einteilchenfunktionen des Oszillatorpotentials eingeführt. Um die Einteilchenbahnen möglichst gut der Wirklichkeit anzupassen, wurden zwei Parameter des Kernzustandes aus Experimenten bestimmt:

- a) Der Kernradius wurde wie z.B. bei HÜPER ²¹⁾ durch die Differenzen der Bindungsenergien von Spiegelkernen festgelegt.
- b) Die Form der Dichteverteilung im Kern wurde an die Dichten angepasst, die HAHN, RAVENHALL und HOFSTADTER ¹¹⁾ durch Elektronenstreuversuche bestimmt haben.

Für die Berechnung der Erwartungswerte der potentiellen Energie wurde eine grössere Anzahl von Matrixelementen berechnet, die die Wechselwirkung von Nukleonenpaaren in Eigenzuständen des Oszillatorpotentials beschreiben. Ihre Zusammenstellung, die der vorgelegten Arbeit als Anlage beigelegt ist, besitzt insofern eine von ihr unabhängige Bedeutung, als sie auch als Grundlage für andere Rechnungen am Schalenmodell dienen kann. So werden z.B. gegenwärtig an der CERN in Genf von WILDERMUTH ¹⁶⁾ u.a. Rechnungen über Kern- γ -Resonanzen durchgeführt sowie Rechnungen über Bindungsenergien sehr leichter Kerne nach der Bruecknerschen Theorie.

2. Die Einteilchenfunktionen

Den im folgenden behandelten Rechnungen liegen die Funktionen des Einteilchenmodells zugrunde, die zum Oszillatorpotential

$$V(r) = \frac{\hbar^2}{2M} \alpha^2 r^2 \quad \alpha = \frac{M \omega}{\hbar} \quad (1)$$

M = Nukleonenmasse
 ω = Kreisfrequenz des Oszillators

gehören. Unter diesen sind die Einteilchenfunktionen zu verstehen, die die Teilchen mit dem Spin $s = \frac{1}{2} \cdot \hbar$ unter Einfluss einer Spinbahnkopplung im Oszillatorpotential beschreiben. Sie sind also Eigenfunktionen des Gesamtdrehimpulses $j = l + s$ und entsprechen der Annahme einer starken (jj)-Kopplung.

Mit der Bezeichnung

$$nL_{jjz} \quad ,$$

L = Bahndrehimpuls, j , j_z = Gesamtdrehimpuls, z -Komponente,

n = Zählung der Zustände mit gleichem L mit steigender Energie,

erhalten wir die Funktionen der drei niedrigsten Energieeigenwerte.

1. Schale

$$1s_{11} = f(r) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$1s_{1-1} = f(r) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Schale

$$1p_{11} = \sqrt{2/3} \sqrt{\alpha} f(r) \left((x+iy) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$1p_{1-1} = \sqrt{2/3} \sqrt{\alpha} f(r) \left((x-iy) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - z \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$1p_{33} = \sqrt{\alpha} f(r) (x+iy) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$1p_{3-3} = \sqrt{\alpha} f(r) (x-iy) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1p_{31} = \sqrt{1/3} \sqrt{\alpha} f(r) \left((x+iy) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 2z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$1p_{3-1} = \sqrt{1/3} \sqrt{\alpha} f(r) \left((x-iy) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2z \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

3. Schale

$$2s_{11} = \sqrt{3/2} \alpha f(r) \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{3} (x^2 + y^2 + z^2) \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2s_{1-1} = \sqrt{3/2} \alpha f(r) \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{3} (x^2 + y^2 + z^2) \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1d_{31} = \sqrt{2/15} \alpha f(r) \left((2z^2 - x^2 - y^2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3z(x+iy) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad (2)$$

$$1d_{3-1} = \sqrt{2/15} \alpha f(r) \left((2z^2 - x^2 - y^2) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 3z(x-iy) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$1d_{33} = \sqrt{2/5} \alpha f(r) \left((x+iy)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + z(x+iy) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$1d_{3-3} = \sqrt{2/5} \alpha f(r) \left((x-iy)^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - z(x-iy) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$1d_{51} = \sqrt{1/5} \alpha f(r) \left((2z^2 - x^2 - y^2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2z(x+iy) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$1d_{5-1} = \sqrt{1/5} \alpha f(r) \left((2z^2 - x^2 - y^2) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 2z(z-iy) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$1d_{53} = \sqrt{1/10} \propto f(r) \left((x+iy)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 4z(x+iy) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$1d_{5-3} = \sqrt{1/10} \propto f(r) \left((x-iy)^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 4z(x+iy) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$1d_{55} = \sqrt{1/2} \propto f(r)(x+iy)^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

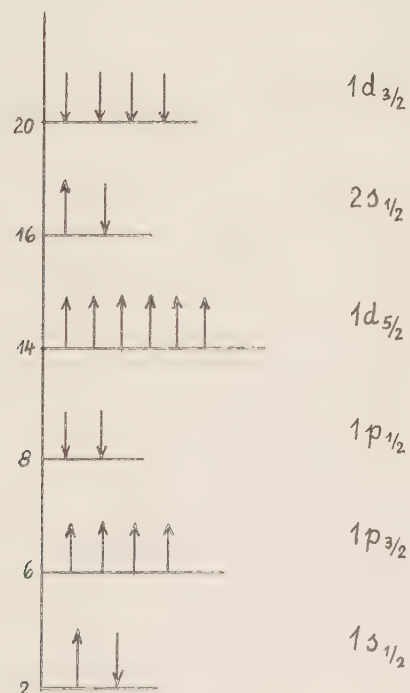
$$1d_{5-5} = \sqrt{1/2} \propto f(r)(x-iy)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f(r) = \sqrt{\frac{4}{\pi}}^3 \exp\left(-\frac{\alpha}{2} r^2\right)$$

Die Beschreibung des Spinzustandes geschieht durch die Spaltenvektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Eigenvektoren der Paulischen Spinmatrix der z-Komponente in der Darstellung $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Die Reihenfolge, in der die Einteilchenzustände besetzt wurden (s.S.14) geht aus Abb.1 hervor.

Abb. 1



3. Die Konfigurationen

Wird von einem Kern mit dem Atomgewicht A angenommen, dass sich seine einzelnen Nukleonen in A bestimmten Einteilchenzuständen befinden, so sprechen wir von einer A-Teilchenkonfiguration ψ . Wir beschreiben sie durch einen gegen alle Teilchenvertauschungen antisymmetrischen Produktansatz aus Einteilchenfunktionen in Form einer Slaterdeterminante.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{A}} \text{Det}[u_i(r_k s_k t_k \alpha)] \quad (3)$$

r, s, t = Orts-, Spin-, Ladungsvariable
 α = Parameter der Oszillatorweite

In der vorliegenden Arbeit sollen nur solche Konfigurationen behandelt werden, die sich durch eine einzige Determinante darstellen lassen. Durch Mischung von Konfigurationen kann man zwar Kernfunktionen aufstellen, die der Wirklichkeit dadurch näher kommen, dass sie Nukleonenbewegungen beschreiben, die durch Energie-, Impuls- und Drehimpulsaustausch miteinander korreliert sind. Doch wollen wir im Sinne der Schrödingerschen Störungsrechnung 1.Ordnung darauf verzichten. Zerlegen wir nämlich die potentielle Gesamtenergie

$$V = \sum_{i < j} V_{ij} = \sum_i v(r_i) + \sum_{i < j} v_{ij}$$

in ein Pauschalpotential $\sum_i v(r_i)$ und den Rest $\sum_{i < j} v_{ij}$, so können wir diesen Rest als Störungsenergie auffassen und die Bindungsenergie als gestörte Energie 1.Ordnung berechnen, indem wir den Erwartungswert des vollständigen Hamiltonoperators $H = \sum_i T_i + \sum_{i < j} V_{ij}$ mit dem ungestörten Kernzustand bestimmen. Der ungestörte Zustand ist bei der angegebenen Aufteilung der Energie gerade die unkorrelierte Vielteilchenfunktion (3).

Als Zustandsfunktion muss (3) einer Reihe von Erhaltungssätzen genügen. Sie muss Eigenfunktion der Operatoren des Gesamtdrehimpulses, dessen z-Komponente, des Isotopenspins, dessen ζ -Komponente und des Schwerpunktes sein. Sind die Einteilchenfunktionen Eigenfunktionen zu den Operatoren des Drehimpulses $j = l + s$, j_z und des Isotopenspins τ, τ_ζ , so ist (3) Eigenfunktion der z-Komponente des Gesamtdrehimpulses $J = \sum_i j_i$ und zur ζ -Komponente des Gesamtisotopenspins $T = \sum_i \tau_i$. Eigenfunktionen zu J und T selber sind nur spezielle Konfigurationen bzw. spezielle Linearkombinationen von Determinanten wie z.B. solche, für die $J = J_z$ und $T = T_\zeta$ ist. Das gilt insbesondere für Konfigurationen mit $J = 0$, also Konfigurationen mit abgeschlossenen Schalen bzw. Unterschalen. In der zweiten Schale bilden

die $1p_3$ - und $1p_1$ -Nukleonen, in der dritten Schale die $1d_5$ -, $2s_1$ -, $1d_3$ -Nukleonen Unterschalen. Aber auch wenn an einer abgeschlossenen Schale bzw. Unterschale ein Zustand mit $j = j_z$ fehlt oder ein Aussennukleon mit $j = j_z$ zur abgeschlossenen Schale hinzutritt, ist $J = J_z$.

Ebenso wie bei J kann man auch bezüglich T abgeschlossene Schalen fordern, dass jeder Zustand also sowohl von einem Neutron wie auch von einem Proton besetzt ist. Dann gilt $T = T_z = 0$. Tritt noch ein weiteres Nukleon hinzu, so ist $T = T_z = \pm \frac{1}{2}$.

Eine Zustandsfunktion, die sich wie (3) aus nichtkorrelierten Einzelteilchenfunktionen aufbaut, kann dem Erhaltungssatz des Schwerpunktes nicht entsprechen. Nach BETHE u. ROSE ⁵⁾ kann man in eine Determinante Schwerpunktskoordinaten einführen, wenn diese aus Eigenfunktionen des Oszillatorpotentials in der Weise aufgebaut ist, dass die Zustände aller Energieeigenwerte bis auf den höchsten vollbesetzt sind. Die Absolutkoordinaten gehen bei dieser Transformation in der Determinante in Relativkoordinaten über, und es tritt eine $1s$ -Funktion als Faktor heraus, der die Bewegung des Schwerpunktes beschreibt.

Man erhält also

$$\text{Det}(u_i(r_k)) = \exp(\alpha/2 R^2) \text{Det}(u_i(\rho_k))$$

r_k, ρ_k, R = Absolut-, Relativ-, Schwerpunktskoordinaten

Die Einführung von Schwerpunktskoordinaten in die Zustandsfunktion beschreibt aber noch keine Korrelation der Bewegungen. In Bezug auf den Erhaltungssatz ist also nichts gewonnen, doch sieht man, dass durch die Vorgabe eines räumlich festen Pauschalpotentials ein in Wirklichkeit nicht vorhandener Oszillator auftritt, der eine Zitterbewegung des Schwerpunktes beschreibt und eine Nullpunktsenergie besitzt. Da wir die kinetische Gesamtenergie des Kerns aus der Summe der Energieeigenwerte der Einzel-nukleonen im Oszillatorpotential gewinnen, (siehe Gl. (10) S.12), können wir diesen Umstand einfach dadurch berücksichtigen, dass wir die kinetische Energie eines $1s$ -Teilchens abziehen. Die potentielle Energie hängt nur von den Relativkoordinaten ab und braucht an dieser Stelle nicht korrigiert zu werden.

Macht man die Voraussetzung, dass die Schalen bzw. Unterschalen in der Energie soweit aufspalten, dass Beimischungen, in denen Zustände der nächsthöheren Schale angeregt sind, nicht wesentlich zum Zustand des Kerns beitragen, kann man u.A. die folgenden Kerne der 2. und 3. Schale durch eine einzige Determinante darstellen, die in Abschnitt 5 behandelt werden sollen:

$$C^{11}, N^{13}, O^{15}, F^{17}, Si^{27}, P^{29}, S^{31}, Cl^{33}, Ca^{39}. \quad (4)$$

Dass die Bedingung bezüglich der Termabstände bei den Unterschalen nicht so gut erfüllt ist, wie bei den vollen Schalen, wird bei den weiter unten errechneten Bindungsenergien deutlich.

4. Die Bestimmung des Radiusparameters

In der im vorigen Abschnitt aufgestellten Kernfunktion ist noch der Parameter α der Oszillatorweite unbestimmt. Da er im Argument der Einteilchenfunktionen (2) in der Form $\sqrt{\alpha} \cdot r$ auftritt, bestimmt er den Kernradius R durch

$$R \sim \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \quad (6)$$

Der direkteste Weg zur Bestimmung von α ist der der Variation der Gesamtenergie. Doch hat das bekanntlich zur Voraussetzung, dass auch die Absättigungseffekte der Kernkräfte angemessen beschrieben werden, ohne die der Kern bei der Variation zusammenfällt. Bei F^{17} z.B. gelangt man so zu einem Wert von $\alpha = 12 \cdot 10^{25} \text{ cm}^2$ und zu einer Bindungsenergie von $E_B = 390 \text{ MeV}$, während die experimentellen Werte in der Nähe von $\alpha = 3,6 \cdot 10^{25} \text{ cm}^2$ und $E_B = 127 \text{ MeV}$ liegen. Der Radius (6) wird nach der Variationsmethode, also um den Faktor 0,55 zu klein angegeben.

Ein anderer Weg zur Bestimmung von α ist die Anpassung an den Radius, der sich aus dem $A^{1/3}$ -Gesetz oder aus Streuquerschnitten für Neutronenstrahlen ergibt. Der Radius wird in diesem Fall also durch ein Experiment bestimmt, ohne sich aus dem Kernmodell zu ergeben. Da es aber schwierig ist, in einer geeigneten Weise von einem Streuquerschnitt oder dem Durchmesser einer Kugel mit scharf definierter Oberfläche, wie sie dem $A^{1/3}$ -Gesetz zugrunde liegt, auf den Radius einer Dichteverteilung zu schliessen, die eine im Verhältnis zum Kerndurchmesser sehr breite Abfallzone besitzt, scheint diese Methode zur Bestimmung von α nur für eine orientierende Betrachtung geeignet zu sein. Gegenüber einer anderen Methode, die von der Differenz der Bindungsenergien von Spiegelkernen ausgeht, liegen die Radien nach dem $A^{1/3}$ -Gesetz etwa um den Faktor 2 zu hoch.

Diese Differenz, die experimentell gut bekannt ist, kann man als Effekt interpretieren, der allein auf die Coulomb-Wechselwirkung der Nukleonen zurückzuführen ist. Denn wegen der weitgehenden Symmetrie der Kernkräfte gegen Proton-Neutron-Vertauschung kann man annehmen, dass ihr Beitrag zur Bindungsenergie für zwei Spiegelkerne der gleiche ist. Zudem unterscheidet sich die Coulomb-Energie bei Spiegelkernen mit $N = Z \pm 1$, auf die wir uns im folgenden beschränken wollen, nur um ca 3%

der Bindungsenergie. Man kann also annehmen, dass sich an der Kernfunktion beim Übergang von einem Spiegelkern zum andern nur wenig ändert. Legt man deshalb für beide Kerne den gleichen Wert von α zugrunde, kann man die Differenz der Coulomb-Energie auch als Erwartungswert aus dem Schalenmodell bestimmen und erhält so eine Beziehung für α :

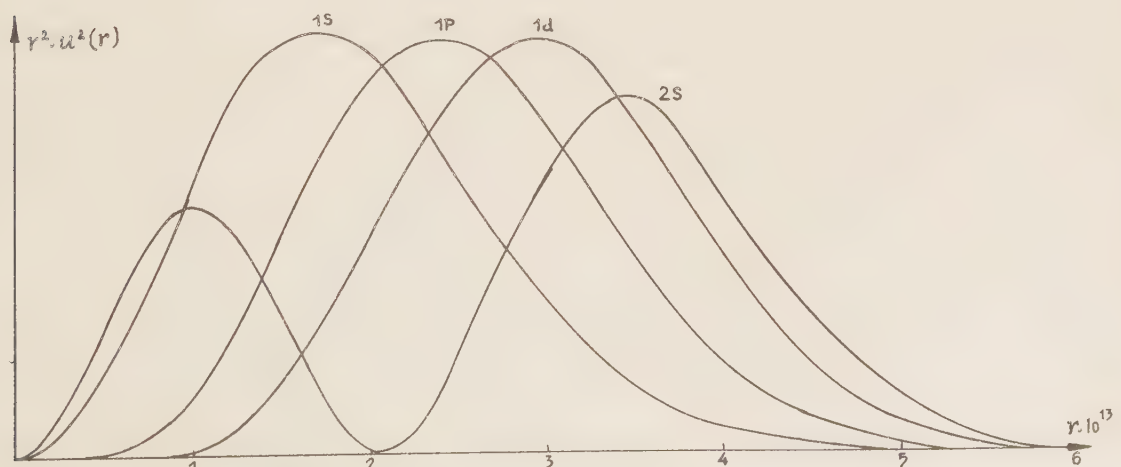
$$\langle \psi_1 | V_c | \psi_1 \rangle - \langle \psi_2 | V_c | \psi_2 \rangle = \Delta E_B(\text{exp}) , \quad (7)$$

wenn man mit ψ_1 und ψ_2 die Zustandsfunktionen der beiden Spiegelkerne bezeichnet.

Diese Methode hat den Vorteil, dass man die Coulomb-Wechselwirkung gut kennt. Fehlerquellen können nur in einer Unsicherheit bezüglich der Kernfunktion liegen, also einmal in der Möglichkeit, dass die wirklichen Einteilchenzustände nur schlecht mit den Eigenfunktionen des Parabelpotentials übereinstimmen. Andererseits könnte die Verwendung unkorrelierter Vielteilchenfunktionen den mittleren Abstand der Nukleonen verfälschen.

Zum ersten Einwand lässt sich sagen, dass Spiegelkerne, speziell die hier verwendeten, sich wegen des Pauliprinzipis nur in einem ä u s s e r e n Nukleon unterscheiden können, dass es also auf die Gestalt der inneren Nukleonenfunktionen, die mit der Funktion des Aussennukleons nicht überlappen, überhaupt nicht ankommt. Man könnte sie auch als Punktladung im Kernschwerpunkt beschreiben, ohne die Coulomb-Wechselwirkung mit dem Aussennukleon zu verändern. Bei nicht zu starker Überlappung bleibt diese Unabhängigkeit in erster Näherung erhalten. Das Mass der Überlappung geht aus Abb. 2 hervor, in der die Funktionen $r^2 \cdot u_1^2(r)$ angegeben sind.

Abb. 2



Es kommt also in erster Linie nur auf die Funktion des Aussennukleons an. Bei den Fehlern durch mangelnde Korrelation der Teilchenbewegungen kommt es nur auf die Korrelation des Aussennukleons mit den Restnukleonen an, also z.B. die Verdrängung der Restnukleonen aus der unmittelbaren Umgebung des Aussennukleons durch Hard-Core-Kräfte. Schätzt man diesen Einfluss für eine Probeladung, die sich im Mittelpunkt einer homogen geladenen Kugel befindet, ab, so ergibt sich bei einem Hard-Core-Radius von $0,5 \cdot 10^{-13}$ cm ein Fehler von 5 % im Kernradius. Jedoch sieht man aus den Vergleichen mit dem Experiment in Abschnitt 6, dass der wirkliche Fehler nicht über 1 % liegt. Die Korrelation der übrigen Nukleonen untereinander beeinflusst ihren mittleren Abstand zum Aussennukleon demgegenüber nur sehr wenig.

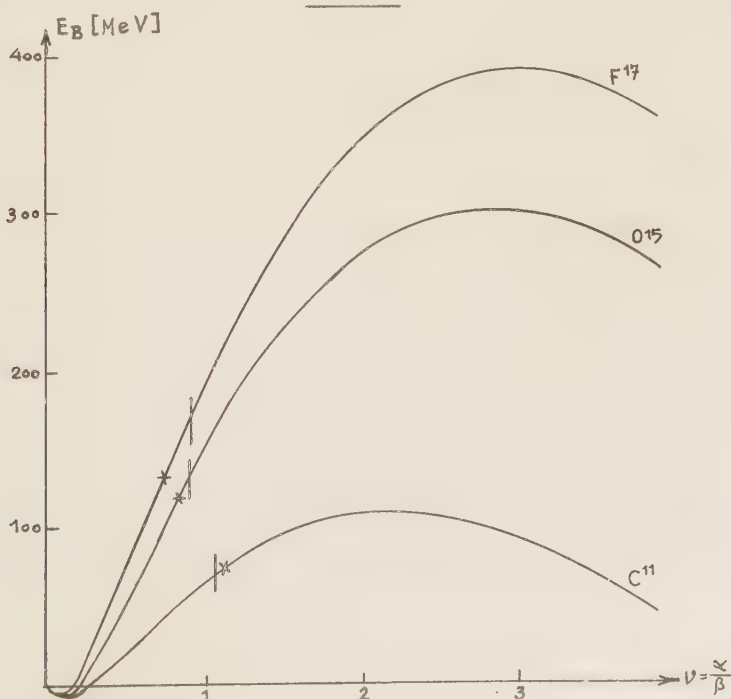
In Tab.1, s.S. 13, sind die experimentellen Coulomb-Differenzen und die sich daraus ergebenden Werte α_0 für den Radiusparameter angegeben. Die Coulombdifferenzen ergeben sich nach LAURITSEN und LI ⁶⁾ aus der Beziehung

$$\Delta E_C = 0,7823 + MD(Z>N) - MD(Z<N)$$

in MeV, wenn die Massendifferenzen MD der beiden Spiegelkerne in MeV angegeben sind.

Die Empfindlichkeit, mit der die Bindungsenergie von der Wahl von α abhängt, zeigt Abb.3 für einige Kerne. In den Kurven sind die experimentellen Bindungsenergien durch ein Kreuz und die α_0 Werte durch einen senkrechten Strich markiert.

Abb.3



5. Die Bindungsenergien

Als Wechselwirkungskräfte zwischen den Nukleonen nehmen wir eine gemischte Wigner-, Majorana-, Bartlett- und Heisenberg-Kraft, eine Spinbahnkopplung und die Coulomb-Wechselwirkung an. Obgleich die Tensor-kraft wesentlich in die Theorie des Quadrupolmoments des Deuterons ein-geht, wollen wir sie hier nicht berücksichtigen, da ihr Erwartungswert in den nahezu kugelsymmetrischen Konfigurationen, die wir betrachten, fast keinen Beitrag liefert. Wir machen für die potentielle Gesamtenergie des Kerns den Ansatz:

$$V = V_0 \cdot \sum_{i < k} \exp \left(-\beta (\kappa_i - \kappa_k)^2 \right) \left[-W + H \cdot P_{ik}^{\tau} - B \cdot P_{ik}^{\sigma} + M P_{ik}^{\sigma} P_{ik}^{\tau} \right. \\ \left. + i \kappa (\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_k) [(\kappa_i - \kappa_k) \times (\nabla_i - \nabla_k)] \right] + \sum_{p(ik)} \frac{e^2}{|\kappa_i - \kappa_k|} \quad (8)$$

Die Grössen W, H, B, M, κ sind die Kraftkonstanten der genannten vier Zentralkräfte und der Spinbahnkopplung. Die Vektoren $\vec{\sigma}$ haben als Komponenten die drei Paulischen Spinmatritzen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Der letzte Term in (8) beschreibt die Coulomb-Energie. Bei ihm ist nur über die Protonenpaare $p(ik)$ zu summieren.

Nach Rechnungen von LEDERER⁷⁾ nehmen wir die Konstanten der Zentral-kräfte mit folgenden Werten an:

$$\begin{aligned} W = M &= 0,410 & V_0 &= 68,6 \text{ MeV} \\ B = H &= 0,090 & \beta &= 4,16 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-2} \end{aligned} \quad (9)$$

LEDERER geht bei der Bestimmung der Konstanten von den experimentellen Daten der (n-p)- und (p-p)-Streuung aus und vermeidet damit einen Einfluss von Mehrkörperkräften auf das Potencial (8). Um auch den Einfluss von Hard-Core-Kräften zu vermeiden, wurden nur Prozesse herangezogen, bei denen die Streuenergie nicht über 10 MeV hinausgeht. Nur zur Begründung der Beziehungen $W = M$ und $B = H$ wurden höherenergetische Prozesse verwandt, nach denen die Winkelverteilung der gestreuten Nukleonen um den Winkel $\pi/2$ im Schwerpunktsystem symmetrisch verläuft. Diese beiden Beziehungen entsprechen dem Serberschen Kraftansatz

$$V = V(r) (1 + P^M)$$

in dem P^M der Majorana-Operator ist. Diese Serberkraft bewirkt, dass bei Streuprozessen die Partialwellen mit ungeradem Drehimpuls, die eine unsymmetrische Winkelverteilung liefern würden, in der Streuwelle unterdrückt werden.

Die Konstante κ der Spinbahnkopplung wurde an zwei Energietermen von O^{17} geeicht. Das Schalenmodell liefert für den Grundzustand von O^{17} als Konfiguration die abgeschlossene 1s- und 1p-Schale und für das Aussennukleon einen d-Zustand, der den Gesamtdrehimpuls des Kerns bestimmt. Der Grundzustand mit $J = 5/2$ und der Parität $P = +1$ entspricht einer Parallelstellung von Spin- und Bahnimpuls. Der erste angeregte Zustand mit $J = 3/2$, $P = +1$ liegt um 5,08 MeV⁸⁾ höher und entspricht der Antiparallelstellung. Die Erwartungswerte des Spinbahnkopplungsoperators

$$V_{SB} = i V_{\kappa} \sum_{i < k} (\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_k) (\kappa_i - \kappa_k) \times (\vec{r}_i - \vec{r}_k)$$

in diesen beiden Konfigurationen ergeben eine Termdifferenz

$$E = 30 V_0 (3v^3 + 5v^2 + 5v) \frac{v^{3/2}}{(v+2)^{9/2}} \quad (v = \frac{\alpha}{\beta})$$

Mit dem Radiusparameter $\alpha_0 = 3,565 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^{-2}$ (Tab. 1) wird:

$$\kappa = 0,0356$$

Da als Einteilchenfunktionen die Eigenfunktionen des harmonischen Oszillators verwandt wurden, ist der Erwartungswert der kinetischen Energie gleich der Hälfte der Gesamtenergie eines Teilchens. Mit den Energieeigenwerten des Oszillatorpotentials

$$E = c \alpha \frac{\hbar^2}{2M} \quad (c = 3, 5, 7 \text{ in der 1., 2., 3. Schale})$$

erhält man als Ausdruck für die gesamte kinetische Energie eines Kerns

$$E_K = \frac{1}{2} (3n_1 + 5n_2 + 7n_3 - 3) \frac{\hbar^2}{2M} \alpha \quad (10)$$

Dabei sind n_1, n_2, n_3 die Anzahl der besetzten Zustände in der 1., 2., 3. Schale. Der Summand -3 in der Klammer von (10) korrigiert nach BETHE und ROSE⁵⁾ die Bewegungsenergie des Schwerpunktes.

In Tab. 1 sind in Spalte 1 die Bindungsenergien angegeben, die die Rechnung liefert (siehe auch Abb. 5). Die experimentellen Bindungsenergien in Spalte 5 ergeben sich nach LAUTITSEN und LI^{6) 9)} und DRUMMOND¹⁰⁾ aus den Massendifferenzen MD und den Beziehungen

$$E_B = \frac{1}{2} (Z-N) (M(n) - M(H^1)) + \frac{A}{16} E_B (O^{16}) + MD$$

$$E_B (O^{16}) = 127.14 \text{ MeV} \quad (11)$$

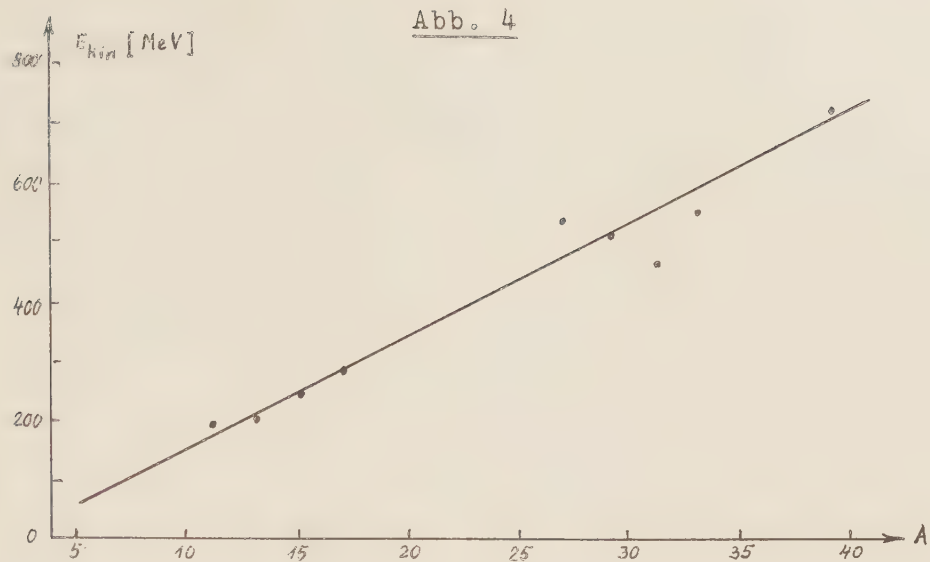
$$M(n) - M(H^1) = 0.7823 \text{ MeV}$$

Wie der Vergleich von Spalte 1 und 2 in Tab. 1 zeigt, unterscheiden sich die Bindungsenergien in dem Bereich $11 \leq A \leq 17$ nur wenig von den experimentellen Werten. Für O^{15} und F^{17} liegen die berechneten Werte gegenüber den experimentellen Werten höher als für C^{11} und N^{13} . Man kann das als einen Fehler in der von uns verwendeten Näherung für die Kernfunktionen betrachten. Da in der Mitte zwischen zwei abgeschlossenen Schalen Beimischungen anderer als der betrachteten Konfigurationen eine grössere Rolle spielen, als in der Nähe von abgeschlossenen Schalen, kann man erwarten, dass die für C^{11} und N^{13} gewählten Konfigurationen nicht so gut sein werden, das Grundniveau also angehoben erscheint.

Tabelle 1

	$E_B(\text{theor.})$	$E_B(\text{exp.})$	$E_{\text{Kin.}}(\text{theor.})$	$\Delta V_c(\text{exp.})$	$\alpha_0 \cdot 10^{-25}$
	1	2	3	4	5
C^{11}	70,58	73,13	196,23	2,762	4,302
N^{13}	90,52	93,73	203,83	3,003	3,641
O^{15}	127,57	111,57	236,73	3,487	3,568
F^{17}	156,93	127,70	280,88	3,549	3,565
Si^{27}	293,65	218,57	535,96	5,611	3,541
P^{29}	274,11	238,33	506,74	5,749	3,055
S^{31}	238,66	256,34	462,15	5,662	2,562
Cl^{33}	325,64	274,10	553,52	6,15	2,84
Ca^{39}	504,40	325,20	720,09	7,5	3,02

Sehr viel stärker als in der p-Schale streuen die errechneten Bindungsenergien im Bereich $27 \leq A \leq 39$ um die experimentellen Werte. Es stellt sich die Frage, wie weit hier die von uns verwendete Methode noch verlässliche Ergebnisse liefert.

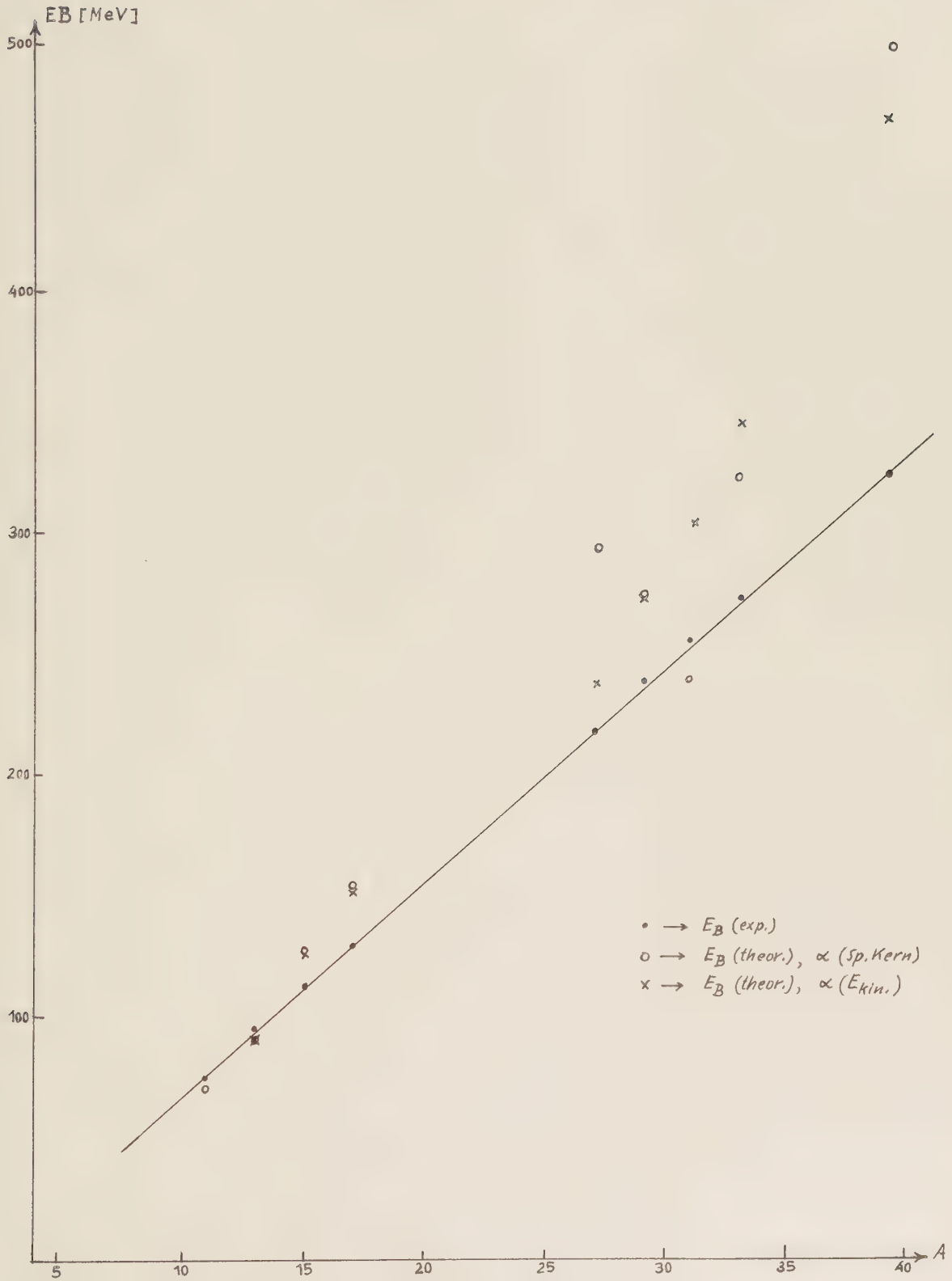


Zunächst betrachten wir die Kerne zwischen der abgeschlossenen 2. und 3. Schale, also bei $27 \leq A \leq 33$. Wie bei C^{11} und N^{13} werden sich auch hier die Vernachlässigung von Beimischungen anderer als der verwendeten Konfigurationen bemerkbar machen. Da wir uns letztendes in unserer Rechnung aber nur auf die Kerne in der Nähe der abgeschlossenen Schalen beziehen werden, sollen hier die auftretenden Sprünge nur diskutiert werden, ohne sie in konsequenter Weise zu korrigieren.

Die kinetische Energie wird in einem Funktionenraum, der durch Konfigurationen aufgespannt wird, die sich nur durch Einteilchenzustände der gleichen Energieschale unterscheiden, durch ein Vielfaches der Einheitsmatrix dargestellt. Ihr Erwartungswert ist also im Gegensatz zu den Erwartungswerten der Kernkraft- und Coulomb-Energie für alle Mischungsverhältnisse in dem betrachteten Raum der gleiche. Da wir die Coulomb-Energie bei der Bestimmung des Radiusparameters zugrunde legten, wird sich beim Übergang zu gemischten Zuständen auch der Kernradius ändern und dadurch dennoch eine Änderung der kinetischen Energie bewirken. Vergleicht man Abb. 4 mit den Gesamtenergien in Abb. 5, so sieht man, daß die in ihnen enthaltenen potentiellen Energien die gleichen Sprünge aufweisen, wie die kinetischen Energien. Wir vermuten daher, daß die Bestimmung von α in diesem Bereich von A die wesentliche Unsicherheit unserer Rechnung ist.

Das bestätigt auch eine Betrachtung der Zustände, die wir für das Spiegelnukleon annahmen. Entsprechend dem Termschema Abb. 1, das wir bei der Auffüllung der Zustände zugrunde legten, setzten wir das Spiegelnukleon bei den Kernen Si^{27} , P^{29} , S^{31} , Cl^{33} jeweils in einem $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$ -Zustand an, ohne Mischungsfunktionen in der 3. Schale zu betrachten. Das ist aber sicher für die drei ersten Kerne

Abb. 5



nicht zulässig. Denn nach LAURITSEN⁸⁾ beträgt der Termabstand zwischen dem $1d_{55}$ - und $2s_{11}$ -Niveau nur 0,9 MeV entgegen einem Termabstand von 5 MeV zwischen dem $2s_{11}$ - und $1d_{33}$ -Niveau (entnommen aus dem Termschema von O¹⁷). Die $1d_{55}$ - und $2s_{11}$ -Schale muss also als stark vermischt angesehen werden.

Da die $2s$ -Nukleonen eine etwas stärkere Coulomb-Wechselwirkung mit dem Kernrumpf haben als die $1d$ -Nukleonen, folgt mit ihnen als Spiegelnukleonen aus der experimentellen Massendifferenz der Spiegelkerne ein etwas grösserer Kernradius. Betrachten wir Mischungen in der 3. Schale, so wird dem Spiegelnukleon durch das Pauli-Prinzip nicht mehr in so eindeutiger Weise ein Einteilchenzustand zugeordnet. Es wird sich im Effekt, d.h. in Bezug auf die Coulomb-Wechselwirkung mit den anderen Protonen, in einem Zustand befinden, in dem alle Einteilchenzustände des $1d_5$ - und $2s_1$ -Niveau beteiligt sind. Der Radius für Si^{27} fällt zu klein aus. Es ist daher anzunehmen, dass für das Spiegelnukleon zu dem d -Zustand noch eine s -Beimischung hinzutritt. Bei S^{31} ist es umgekehrt. Der Zustand des Spiegelnukleons, der hier als s -Zustand angenommen wurde, ist offenbar mit einem d -Zustand gemischt. Dass die kinetische und Bindungsenergie von P^{29} keine auffälligen Abweichungen zeigen, ist auf diese Weise nicht einzusehen. Bei Cl^{33} kann man bei dem grösseren Termabstand $1d_{33}-2s_{11}$ eine Mischung nicht in dem Masse wie bei den drei anderen Kernen erwarten. Die kinetische und Bindungsenergie liegt auch entsprechend gut im Rahmen der übrigen Kerne.

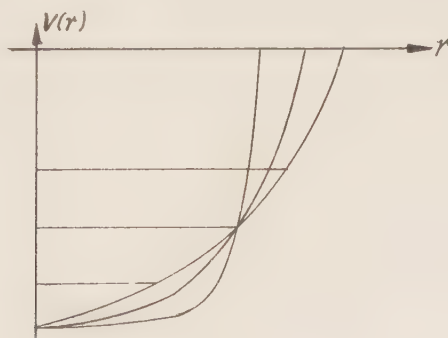
Versuchen wir eine Korrektur des Radiusparameters dadurch, dass wir ihn einem glatten Verlauf der kinetischen Energie nach Abb. 4 anpassen, erhalten wir an Stelle der in Tab. 1 angegebenen Zahlen für die Kerne der 2. Schale den einheitlichen Wert von $\alpha = 3,5 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-2}$ und für die 3. Schale den gemeinsamen Wert von $\alpha = 2,9 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-2}$. Dadurch verschwinden die besagten Sprünge in der Bindungsenergie. Die entsprechenden Werte sind in Abb. 5 mit Kreuzen eingezeichnet. Sie weisen mit wachsendem A einen starken nichtlinearen Anstieg auf. Die Vorstellung, dass die Absättigungseffekte im wesentlichen nur den Kernradius bestimmen, an der Bindungsenergie aber nur wenig beteiligt sind, scheint sich für höhere Kerne nicht so gut zu bewähren wie für die niedrigeren. Obwohl wir den Radiusparameter so festlegten, dass er mit den wirklichen Kernradien in Einklang ist, erhalten wir z.B. für Ca^{39} eine Bindungsenergie, die um ca. 50 % zu hoch liegt. Dadurch, dass wir den Parameter des Kernradius entsprechend den Coulomb-Energien festlegten, wollten wir die Wirkung der Absättigungskräfte beschreiben, die ein Zusammenfallen des Kerns verhindern. Diese Methode erscheint aber als unzulänglich, wenn wir die Dichteverteilungen betrachten, die wir auf diese Weise erhalten. Besonders bei den schwereren Kernen treten Dichten auf, die in

der Kernmitte weit über der von Hofstadter¹¹⁾ durch Elektronenstreuung bestimmten Grenzdichte von ca. $1,6 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ liegen. In unserem Modell können wir zwar den Radius der Dichteverteilung angemessen beschreiben, nicht aber deren Form, die sich bekanntlich mit wachsendem A einer Rechtecksverteilung nähert. Die von uns benutzten Kernfunktionen beschreiben die Nukleonen besonders in der Kernmitte mit zu geringen mittleren Abständen, und die Bindungsenergien werden zu gross. Im folgenden Abschnitt soll deshalb versucht werden, einen geeigneten Formparameter einzuführen, der diesem Umstand gerecht wird.

6. Die Korrektur der Dichteverteilung

Mit wachsendem Atomgewicht nimmt die Dichteverteilung im Kern immer mehr eine rechteckige Gestalt an, indem sie einen Wert von $1,6 \cdot 10^{13} \text{ Nukleonen} \cdot \text{cm}^{-3}$ nicht überschreitet, und die Dicke der Randzone, in der die Dichte auf Null abklingt, immer angenähert den gleichen Wert von $2,5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ behält. Diesem Umstand werden die Dichten, die wir durch Überlagerung von Eigenfunktionen des Oszillatorpotentials erhalten, für Atomgewichte $A > 16$ nicht mehr gerecht. Anstelle der gewünschten rechteckigen Verteilung bildet sich im Oszillatorpotential mit wachsender Teilchenzahl eine Dreiecksverteilung aus. Die Dichte im Mittelpunkt wird daher zu hoch und die Randzone zu breit. Für Ca^{39} erhalten wir z.B. eine Mittelpunktsdichte von $3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, also fast das Doppelte des beobachteten Wertes (s. Abb. 7a, Kurve mit $s = 0$).

Um unser Modell zu verbessern, müssen wir zu Dichten übergehen, die einer mehr rechteckigen Potentialform entsprechen, und betrachten dazu die Bewegung eines Teilchens in einem Potentialtopf klassisch.



Beim Übergang zum rechteckigen Potential verändert sich die Bewegung im wesentlichen dadurch, dass sich die Radien der Bahnen hoher Energie im Verhältnis zu denen mit kleinerer Energie verringern.

Die Teilchen mit kleiner Energie erhalten gegenüber den Teilchen höherer Energie mehr Raum für ihre Bewegung. Ähnlich kann man auch bezüglich der Bahndrehimpulse argumentieren und sagen, dass ein Teilchen mit hohem Bahndrehimpuls einen größeren Bahnradius besitzt, der daher auch stärker von der Randzone des Potentialtopfes beeinflusst wird, als bei einem Teilchen mit niedrigerem Bahndrehimpuls. In unserem Modell können wir diesen Umstand nachbilden, indem wir für die Zustandsfunktionen der einzelnen Energieniveaus bzw. Bahnimpulse entsprechende Werte des Radiusparameters einsetzen. Die Eigenfunktionen des Oszillators und des Kastenpotentials stimmen qualitativ gut überein, wenn man sich auf niedrige Energieeigenwerte und geringe Knotenzahl beschränkt. Wir können daher annehmen, dass wir auf diese Weise den selbstkonsistenten Einteilchenfunktionen nach HARTREE²²⁾ und FOCK²³⁾ etwas näher kommen, ohne die Darstellung durch Oszillatorfunktionen zu verlassen.

Wenn diese Methode, zu einer anderen Potentialform überzugehen, auch etwas willkürlich erscheint, so kann man sich doch bei der Einführung eines neuen Parameters, der die Form der Dichteverteilung bestimmt, von diesem Gedanken leiten lassen. Tatsächlich kommt es hier auch nicht so wesentlich auf die Berücksichtigung der Kastenform an, die ja ihrerseits nur Ausdruck der Kernkraftabsättigung ist, als auf die Einführung eines geeigneten neuen Parameters. Seine Rechtfertigung soll davon abhängen, ob es mit seiner Hilfe gelingt, die Dichteverteilung an das Experiment anzugleichen.

Bei der Berechnung von Erwartungswerten muss man berücksichtigen, dass die Orthogonalitätseigenschaften der Einteilchenfunktionen nicht immer erhalten bleiben, da die Funktionen verschiedener Energieniveaus jetzt verschiedenen Oszillatorweiten entsprechen. Bei den 40 in dieser Arbeiten verwendeten Zuständen trifft das aber nur für die 1s- und 2s-Funktionen zu, und bei diesen auch nur für die Zustände gleicher Spin- und Ladungseinstellung. Alle anderen Zustände unterscheiden sich im Bahnimpuls und sind daher im Winkelanteil der Funktionen orthogonal.

Als Vergleichsgrösse, über die wir die Bahnradien der Oszillatorzustände an die des Kastenpotentials anpassen, nehmen wir den mittleren quadratischen Radius. Für die Oszillatorfunktionen gilt

$$\langle r^2 \rangle = \overline{r^2} = \frac{c}{2\alpha} \quad (12)$$

mit $c = 3, 5, 7$ für das 1., 2., 3. Energieniveau und $\alpha = \frac{M\omega}{\hbar}$

Für das Kastenpotential

$$V = \begin{cases} -V_0 & \text{für } r < R_0 A^{1/3} \\ 0 & \text{für } r \geq R_0 A^{1/3} \end{cases}$$

erhalten wir mit $V_0 = 35 \text{ MeV}$, $R_0 = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ und $A = 39$ die Radialteile der Eigenfunktionen φ_i und φ_a im Innern und im Äusseren:

$$1s, 2a) \quad \varphi_i = \frac{1}{r} \sin(k_i r)$$

$$\varphi_a = \frac{c}{r} \exp(-k_a r)$$

$$1p) \quad \varphi_i = \frac{1}{r} (\cos(k_i r) - \frac{1}{k_i r} \sin(k_i r))$$

$$\varphi_a = \frac{c}{r} \left(\frac{1}{k_a r} \right) \exp(-k_a r)$$

$$1d) \quad \varphi_i = \frac{1}{r} \left(\sin(k_i r) - \frac{3}{k_i r} \cos(k_i r) + \frac{3}{k_i^2 r^2} \sin(k_i r) \right)$$

$$\varphi_a = \frac{c}{r} \left(1 + \frac{3}{k_a r} + \frac{3}{k_a^2 r^2} \right) \exp(-k_a r)$$

mit den Konstanten

$$1s) \quad k_i = 0,568 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad k_a = 1,17 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad c = 126$$

$$1p) \quad k_i = 0,807 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad k_a = 1,02 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad c = 63,6$$

$$1d) \quad k_i = 0,998 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad k_a = 0,832 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad c = 22,6$$

$$2s) \quad k_i = 1,11 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad k_a = 0,68 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \quad c = 21,5$$

Die Erwartungswerte des Radiusquadrates dieser Funktionen sind:

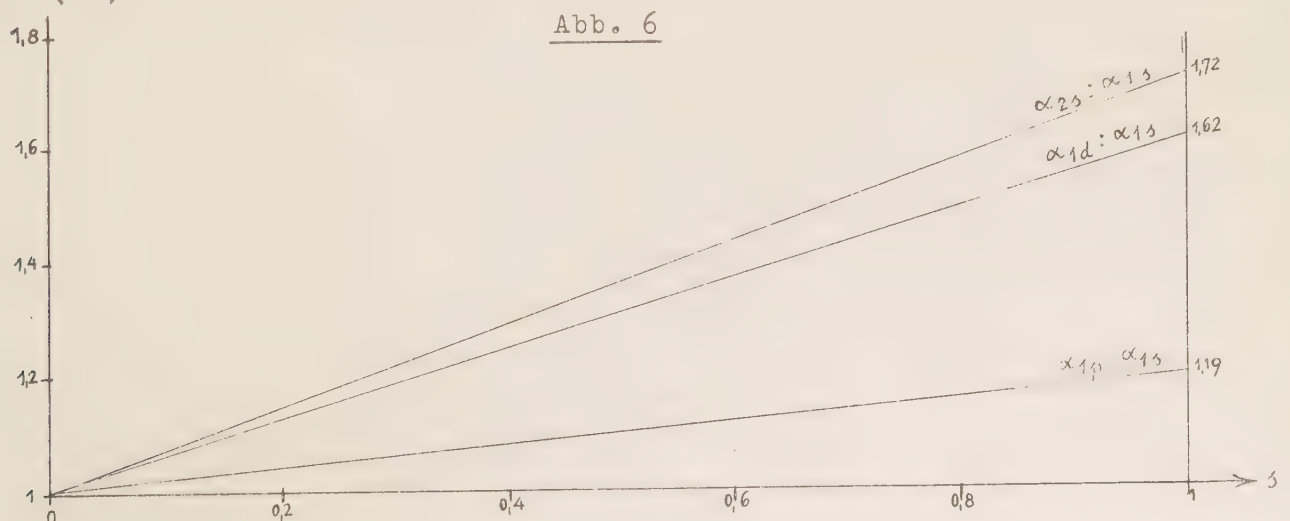
$$1s) \quad \langle r^2 \rangle = 9,02 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2 \quad 1p) \quad \langle r^2 \rangle = 12,65 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

$$1d) \quad \langle r^2 \rangle = 13,01 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2 \quad 2s) \quad \langle r^2 \rangle = 12,26 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Mit (12) erhalten wir die Beziehung

$$\alpha_{1s} : \alpha_{1p} : \alpha_{1d} : \alpha_{2s} = 1 : 1,19 : 1,62 : 1,72 \quad (13)$$

die zum Ausdruck bringt, in welcher Weise man die Bahnradien der 1s-, 1p-, 1d- und 2s-Nukleonen festlegen muss, um eine Dichteverteilung im Kastenpotential anzunähern. Trägt man die Zahlenwerte von (13) in der in Abb. 6 gezeigten Weise in den rechten Massstab ein,



so erhält man eine Möglichkeit zwischen Parabel- und Kastenpotential zu interpolieren. Der Wert des Interpolationsparameters $s = 0$ entspricht der Parabel mit $\alpha_{1s} : \alpha_{1p} : \alpha_{1d} : \alpha_{2s} = 1 : 1 : 1 : 1$ und $s = 1$ dem Kasten.

Auf diese Weise sind die Verhältnisse der vier Radiusparameter durch den Formparameter s bestimmt. Ihren absoluten Wert kann man ebenso wie bisher durch die Bedingung festlegen, dass die Coulomb-Wechselwirkung des Spiegelnukleons mit den übrigen Protonen der Differenz der experimentellen Bindungsenergien der betreffenden Spiegelkerne entspricht. Für Ca^{39} , F^{17} und O^{15} sind in Abb. 7a,b,c die Dichten für verschiedene Werte für s angegeben. Die gestrichelte Kurve bei Ca^{39} zeigt die von HAHN, RAVENHALL und HOFSTADTER¹¹⁾ durch Elektronenstreuung bestimmte Nukleonenverteilung von Ca^{40} , korrigiert für $A = 39$ durch Subtraktion der Dichte eines 1d-Nukleons aus der Kurve mit $s = 1$.

Gegenüber den in Abb. 6 angegebenen Verhältnissen der Radiusparameter wurde für Ca^{39} $\alpha_{1s} = \alpha_{2s}$ gesetzt. Dadurch wird die Schwierigkeit der verlorenen Orthogonalität zwischen 1s- und 2s-Nukleonen für die Berechnung der Bindungsenergie behoben. Andererseits werden offenbar so die Dichten der 2s-Nukleonen in der Kernmitte besser beschrieben. Variiert man nämlich auch die 2s-Nukleonen konsequent gemäss Abb. 6, lässt sich die Dichte im Mittelpunkt auch für $s = 1$ nicht unter den Wert $\rho(r=0) = 2,9 \cdot 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ herabdrücken, der gegenüber dem geforderten Wert von $1,6 \cdot 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ noch sehr hoch ist. Wenn man an der Existenz von 2s-Zuständen in der Kernmaterie festhält, und die gut ausgeprägte magische Zahl $A = 40$ für Ca^{40} berechtigt einen dazu, bedeutet das, dass eine Beschreibung der Wechselwirkungen durch ein statisches Pauschalpotential nicht ausreicht. Denn auch der von FEENBERG²⁴⁾ eingeführte Flaschenbodentopf bremst die Nukleonen im Mittelpunkt ab und erhöht dadurch die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in der Kernmitte eher, als dass er sie gegenüber dem Kastentopf weiter erniedrigt. Es wäre denkbar, dass ein geschwindigkeitsabhängiges Potential hier geeigneter wäre. HAHN, RAVENHALL und HOFSTADTER¹¹⁾ bestimmten die Parameter der Ladungsdichte von Ca^{40}

$$\rho = \rho_0 \exp \left\{ (r-c)/z + 1 \right\}^{-1}$$

$$c = 3,64; \quad z = 0,568; \quad \rho_0 = 1,28 \text{ Coulomb. cm}^{-3}$$

so, dass die Teilchenzahl, der Halbwertsradius und die Abfallbreite den Streuexperimenten entsprechend wiedergegeben werden. Die Messgenauigkeiten werden mit ca. 2 % angegeben.

Unter der Annahme, dass die Dichteverteilung der Protonen und Neutronen im Kern die gleiche ist, entspricht der angegebene Wert der Ladungsdichte ρ_0 einer Teilchendichte von $\rho = 1,60 \cdot 10^{38} \text{ cm}^{-3}$. Diesen Wert, der auch bei viel schwereren Kernen nur unwesentlich

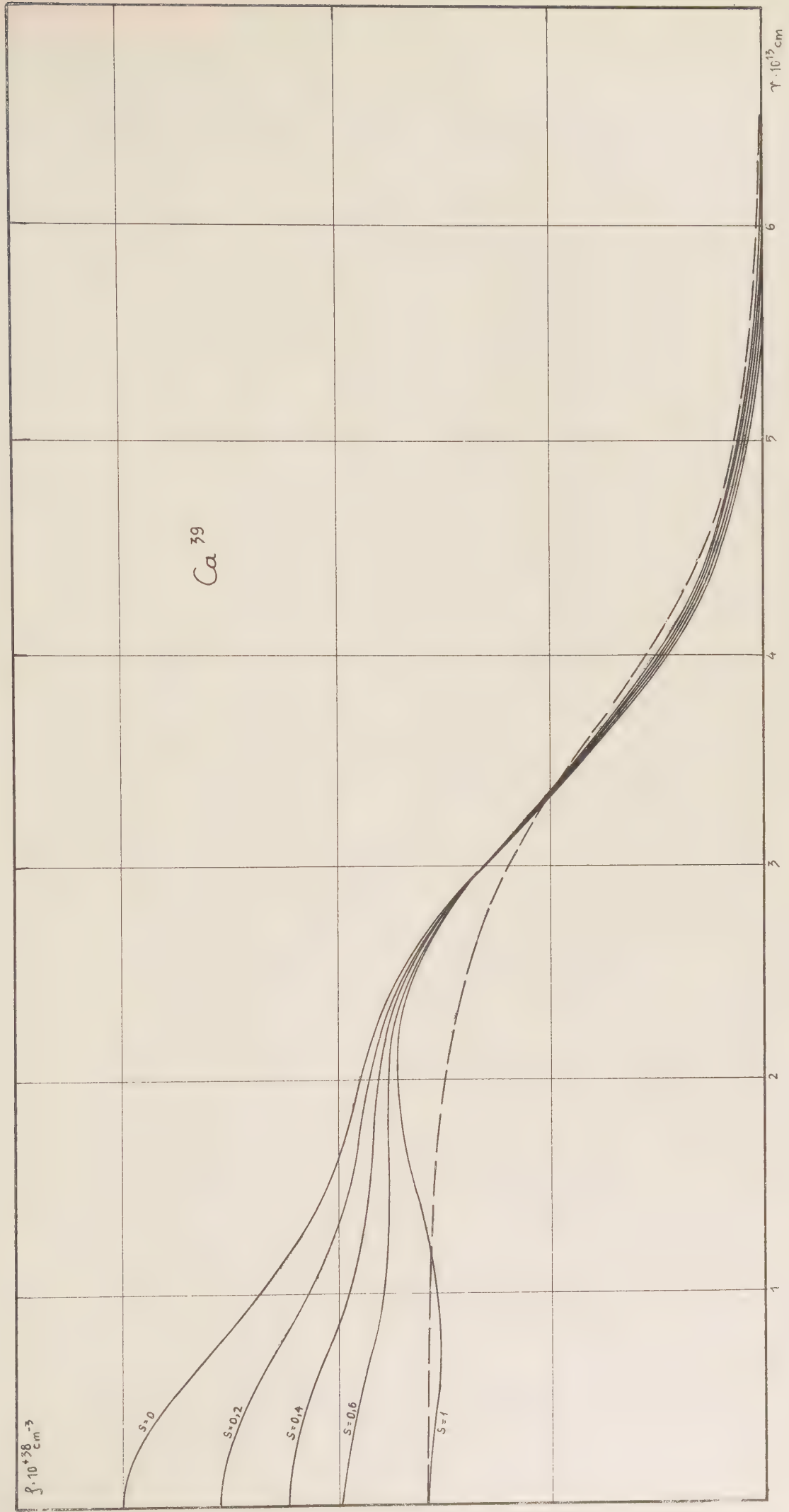


Abb. 7a

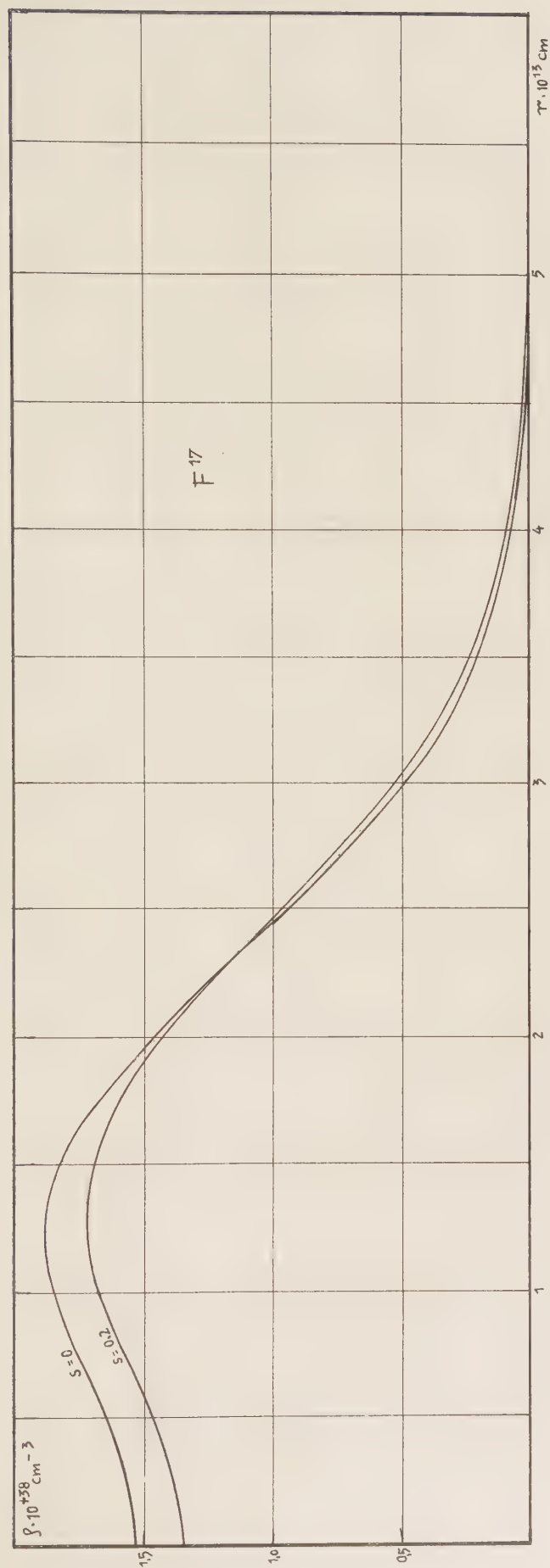


Abb. 7b

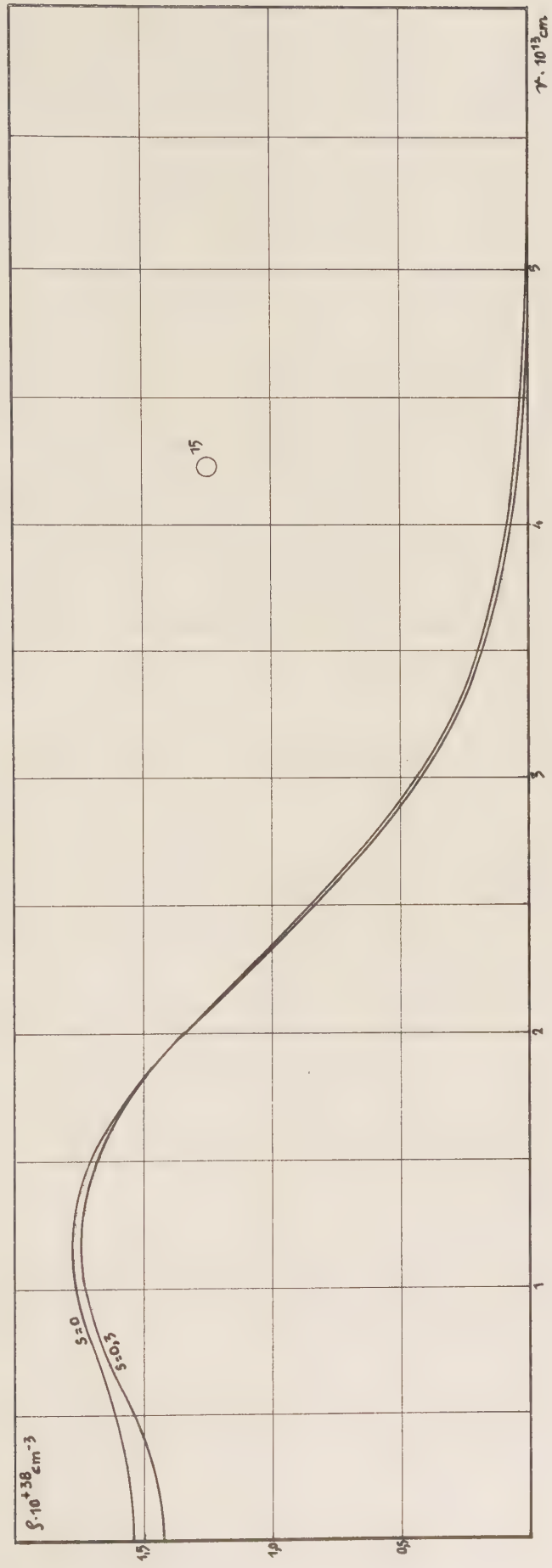


Abb. 7c

höher liegt, kann man als den Maximalwert der Dichte der Kernmaterie ansehen, den die Absättigungseigenschaften der Kernkräfte zulassen. Bei Ca^{39} liegt das Maximum der berechneten Dichte (Abb. 7a) wenn man $s = 1$ setzt mit $\rho_{\text{max}} = 1,72 \cdot 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ dem experimentellen Wert am nächsten. Man kann daher annehmen, dass für $A = 39$ das Pauschalpotential im wesentlichen die Kastenform erreicht hat.

Wesentlich erscheint auch der Umstand, dass sich der Kernradius nach den Messungen von HAHN, RAVENHALL und HOFSTADTER in so guter Übereinstimmung ergibt mit dem Wert, den wir aus der Vorstellung des Schalenmodells erhalten. In beiden Fällen geht in die Auswertung der experimentellen Daten, das sind Streuquerschnitte für Elektronen auf der einen Seite, Differenzen von Bindungsenergien andererseits, nur die Coulombwechselwirkung ein. Die einzige Hypothese, die in die Rechnung dieser Arbeit eingeht, nämlich dass man die Bewegung der Nukleonen durch Bahnen im Pauschalpotential beschreiben kann, scheint sich zu bewähren, besonders, wenn man bedenkt, dass nach dem in Abschnitt 5 Gesagten die Ersetzung des $1s$ -Zustandes des Spiegelnukleons durch einen $1d$ -Zustand eine Änderung im Kernradius von 18 % hervorrief.

Für O^{15} und F^{17} liegen bei HAHN, RAVENHALL und HOFSTADTER keine Angaben über die Dichteverteilung vor. Wir können daher bei diesen beiden Kernen den Formparameter nicht so unmittelbar an das Experiment anpassen wie bei Ca^{39} . Da sich die Methode der Dichtevariation aber bei Ca^{39} ganz gut bewährt hat und der Abstand im Atomgewicht nicht sehr gross ist, können wir annehmen, dass sie auch für O^{15} und F^{17} noch anzuwenden ist. Die unkorrigierten Dichten gehen hier zwar nicht in dem Masse über den Wert von HOFSTADTER hinaus wie bei Ca^{39} , doch wollen wir, um vergleichbare Ergebnisse zu bekommen, die Korrektur bei den drei Kernen im gleichen Masse vornehmen und auch bei den beiden leichten die maximale Dichte von $\rho_{\text{max}} = 1,71 \cdot 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ fordern. Dieser Wert liegt nahe bei $1,6 \cdot 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ und ergab sich bei Ca^{39} für $s = 1$. Für O^{15} erhalten wir so $s = 0,3$ und für F^{17} den Wert $s = 0,2$ (Abb. 7b und c). Diese Reihenfolge erscheint zunächst nicht einleuchtend, da man für den schweren Kern eine ausgeprägtere Kastenform vermutet als für den leichteren. Bei der etwas willkürlichen Definition des Formparameters besitzen die sich ergebenden Zahlenwerte jedoch nicht die physikalische Bedeutung wie die entsprechenden Dichteverteilungen. Da bei den beiden fraglichen Kernen das Spiegelnukleon einmal ein $1p$ -, das andere Mal ein $1d$ -Teilchen ist, würde es z.B. schon genügen, in Abb. 6, anstatt der α -Werte die Werte von α^2 linear zu interpolieren um die Reihenfolge wieder zu vertauschen.

Für die Berechnung der Bindungsenergien konnten wegen der Orthogonalität sämtlicher Einteilchenzustände die Ausdrücke (15) und (16) im Anhang

herangezogen werden. Bei den Wechselwirkungselementen zwischen Nukleonen aus derselben Energieschale gelangt man zu Integralen der Form (18) und (19). Nur bei Wechselwirkungselementen zwischen Teilchen verschiedener Niveaus wurden Integrale der Form (20) und (21) verwandt. Bei den 2s-Teilchen in der Konfiguration von Ca³⁹, für die wir $\alpha_{1s} = \alpha_{2s} \neq \alpha_{1d}$ gesetzt hatten, mussten wir eine Vernachlässigung zulassen. Diejenigen Integrale, in denen ein 2s- mit einem 1d-Nukleon wechselwirkt, wurden zur Vereinfachung der Rechnung in der Form (18) und (19) eingesetzt. Wir setzten also hier $\alpha_{1d} = \alpha_{2s}$. Da sich das auf nur 80 Integrale von insgesamt 703 bezieht, kann man annehmen, dass der dadurch entstehende Fehler nur etwa 11 % des Differenzbetrages zwischen der Rechnung mit $\alpha_{1s} = \alpha_{1p} = \alpha_{1d} = \alpha_{2s}$ und der für das Kastenpotential korrigierten Rechnung beträgt, das sind etwa 3 % der Bindungsenergie. Zur Abschätzung der Richtung, in der sich diese Vernachlässigung auswirkt, lässt sich bemerken, dass die Überlappung der 1d-Funktionen mit der 2s-Funktion geringer wird, wenn wir auch bei diesen Wechselwirkungselementen $\alpha_{1s} = \alpha_{2s}$ setzen. Die angegebene Bindungsenergie ist also eher etwas zu hoch als zu niedrig.

Nach dieser Korrektur der Dichteverteilung erhalten wir als Bindungsenergien der drei Kerne:

Tabelle 2

	E_B (MeV)	$E_B(\text{ber.})/E_B(\text{exp.})$
O ¹⁵	126,5	1,13
F ¹⁷	147,6	1,16
Ca ³⁹	433,2	1,24

Ein Vergleich mit Tab. 1 zeigt, dass die Unterschiede zur experimentellen Bindungsenergie jetzt viel gleichmässiger bei ca. 20 % liegen als bei Annahme des reinen Oszillatorpotentials.

7. Schluss

Ein Vergleich der experimentellen und theoretischen Bindungsenergien in Tab. 2 zeigt Abweichungen von ca 20 %. In ihnen sind zunächst die Unsicherheiten enthalten, die der Modellvorstellung und der Rechnung anhaften. Z.B. ergibt sich die Bindungsenergie als Differenz zweier grossen Zahlen (bei Ca^{39} : 1170 MeV für die Anziehungskräfte, 733 MeV für die kinetische Energie und Coulomb-Kraft). Jedoch lässt die Gleichartigkeit und die Richtung der Abweichungen eher den Schluss zu, dass sie im wesentlichen auf die im Kraftansatz (8) nicht berücksichtigten Absättigungskräfte zurückzuführen sind, die, da sie abstossend sind, einen negativen Beitrag zur Bindungsenergie liefern müssen. Auch kann man den Umstand, dass die Abweichungen mit wachsendem Atomgewicht zunehmen, dadurch erklären, dass die Randzone, in der die Energieabsättigung nicht so gross ist wie im Bereich hoher Dichte, bei den schweren Kernen in ihrem Anteil am Gesamtvolumen immer mehr zurücktritt.

Die Frage, die sich die vorliegende Arbeit stellt, lässt sich also dahingehend beantworten, dass sich die Bindungsenergien der leichteren Kerne bis zum Atomgewicht $A = 40$ gut auf die Zweikörperkräfte zurückführen lassen, wie sie durch die Streuexperimente mit Streuenergien zwischen 0 und 40 MeV geliefert werden. Der Beitrag der Absättigungskräfte zur Bindungsenergie ist verhältnismässig klein trotz ihres grossen Einflusses auf die Dichteverteilung der Nukleonen.

Anhang

Bilden wir den Erwartungswert eines Zweiteilchenoperators $\Omega^{(2)}$, also eines Operators, der eine Zweikörperkraft beschreibt, so wird mit $\Omega^{(2)} = \sum_{i < k} \Omega^{(2)}(i, k)$ der Erwartungswert

$$\Omega^{(2)} = \sum_{i < k} \int \psi^* \Omega^{(2)}(i, k) \psi \, d\tau. \quad (14)$$

Der Operator $\Omega^{(2)}(i, k)$ wirkt dabei nur auf jeweils zwei von den A Koordinaten in

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{A!}} \text{Det}[u_i (\kappa_k \, s_k \, t_k)].$$

Durch Ausnützung der zwischen den u_i bestehenden Orthogonalitätsbeziehungen erhält man

$$\langle \Omega^{(2)} \rangle = \sum_{i < k} \int u_i^*(1) u_k^*(2) \Omega^{(2)}(1, 2) (u_i(1) u_k(2) - u_i(2) u_k(1)) \, d\tau_{1,2}. \quad (15)$$

Die in der Summe $\sum_{i < k}$ auftretenden Integrale bezeichnen wir als die Zweiteilchenelemente des Operators $\Omega^{(2)}$. Für einen Einteilchenoperator $\Omega^{(1)}$, also z.B. den Operator der kinetischen Energie erhalten wir ähnlich wie für $\Omega^{(2)}$

$$\langle \Omega^{(1)} \rangle = \sum_i \int u_i \Omega^{(1)} u_i \, d\tau. \quad (16)$$

Bei der Bildung der Zweiteilchenelemente der in Abschnitt 5 angegebenen Wechselwirkungsoperatoren ist die Wirkung der Austauschoperatoren P^{σ} , P^{τ} auf die Spin- und Ladungsfunktion eines Teilchenpaares leicht anzugeben. Die Operatoren der Bartlett-, Heisenberg- und Majorana-Kraft gehen dabei über in den Operator der Wigner-Kraft. Etwas komplizierter ist die Rückführung des Operators der Spinbahnpkopplung auf den Wigneroperator. Wir zerlegen

$$\begin{aligned} V_{SB} &= -i V_W (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) [(\kappa_1 - \kappa_2) \times (V_1 - V_2)] \\ \text{in} \quad \left| \begin{aligned} V_1 &= iV_0 \exp(-Br_{12}^2) [(\vec{\sigma}_1 (\kappa_1 - \kappa_2) \times V_2)] \\ V_2 &= -iV_0 \exp(-Br_{12}^2) (\vec{\sigma}_1 [(\kappa_1 - \kappa_2) \times V_2]) \\ V_3 &= iV_0 \exp(-Br_{12}^2) (\vec{\sigma}_2 [(\kappa_1 - \kappa_2) \times V_1]) \\ V_4 &= -iV_0 \exp(-Br_{12}^2) (\vec{\sigma}_2 [(\kappa_1 - \kappa_2) \times V_2]) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Bezeichnen wir mit P_{12} den Operator, der die Koordinaten der Teilchen 1 und 2 mit einander vertauscht und mit P^σ den Operator der Spinvertauschung, so können wir folgende Beziehungen zwischen $V_1 \dots V_4$ aufstellen.

$$P_{12}V_1P_{12} = V_4 \quad P^\sigma V_1 P^\sigma = V_3 \quad P_{12}V_3P_{12} = V_2 \quad (17)$$

Wir können also alle vier Operatoren auf V_1 zurückführen. Da V_1 aber nur die Koordinaten von Teilchen 1 enthält, gilt

$$V_1(u_1(r_1 \vec{\sigma}_1) \cdot u_2(r_2 \vec{\sigma}_2)) = (V_1 u_1(r_1 \vec{\sigma}_1)) \cdot u_2(r_2 \vec{\sigma}_2)$$

Man kann die Wirkung von V_1 auf die Einteilchenfunktionen leicht angeben und gelangt mit den Gleichungen (17) zu $V_{SB}(u_1(r_1 \vec{\sigma}_1) \cdot u_2(r_2 \vec{\sigma}_2))$ und damit zu den gleichen Integralen¹²⁾, wie bei V_B , V_W , V_H , V_M . Sie haben die Form:

$$I = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \int \exp(-\alpha(r_1^2 + r_2^2) - \beta(r_1 - r_2)^2) A \, d\tau_{1,2} \quad (18)$$

mit $A = \alpha^{n_1} x_1^{n_1} x_2^{n_2} y_1^{n_3} y_2^{n_4} z_1^{n_5} z_2^{n_6}$ und $n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^6 n_i$.

Das Integral ist eine Funktion von $v = \frac{\alpha}{\beta}$ und hat die Form

$$I = P(v) E_0.$$

Dabei ist $P(v)$ ein Polynom in v und

$$E = -\frac{1}{4} V_0 \frac{v^{3/2}}{(v+2)^{7/2}}.$$

Ebenso führt der Operator der Coulombkraft zu bekannten Integralen¹²⁾

$$I = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \int \exp -\alpha(r_1^2 + r_2^2) \frac{e^2}{|r_1 - r_2|} A \, d\tau_{1,2} = c \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \quad (19)$$

Jedem $A(x, y, z)$ entspricht dabei ein bestimmter Wert von c .

Da es sich notwendig erwies, bisweilen in den Kernzustandsfunktionen für die verschiedenen Schalen verschiedene Radiusparameter einzuführen, seien noch die Integrale angegeben, zu denen man dabei gelangt. Bezeichnen wir den Radiusparameter der niederen Schale mit α und den der höheren mit α' und setzen $\alpha = \varepsilon \alpha'$, so erhalten wir für die fünf Kernkräfte die beiden Integrale:

$$I_1 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \varepsilon^{-3/2} \int \exp\left(-\alpha\left(r_1^2 + \frac{1}{\varepsilon} r_2^2\right) - \beta(\kappa_1 - \kappa_2)^2\right) A \, d\tau_{12} \quad (20)$$

$$I_2 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \varepsilon^{-3/2} \int \exp\left(-\frac{1+\varepsilon}{2\varepsilon}(r_1^2 + r_2^2) - \beta(\kappa_1 - \kappa_2)^2\right) A \, d\tau_{12}$$

I_2 entspricht dem Austauschterm und I_1 dem Nichtaustauschterm der Zweiteilchenelemente. A ist ebenso definiert, wie für (18).

Für $A = 1$ wird

$$I_1 = \sqrt{\frac{v}{v+1+\varepsilon}}^3 \quad v = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{v}{v+4\varepsilon/1+\varepsilon}}^3$$

Für $A \neq 1$ erhalten wir allgemein für I_1 und I_2 die Polynome $P(\xi)$ und $P(\eta)$ in

$$\xi = \sqrt{\frac{v}{v+1+\varepsilon}} \quad \eta = \sqrt{\frac{v}{v+4\varepsilon/1+\varepsilon}}$$

Die Koeffizienten der Polynome $P(\xi)$, $P(\eta)$ sind ihrerseits Polynome in ε .

Für die Coulombkraft erhalten wir die beiden Integrale des Austausch- und Nichtaustauschterms

$$I_1 = e^2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \varepsilon^{-3/2} \int \exp\left[-\alpha\left(r_1^2 + \frac{1}{\varepsilon} r_2^2\right) / |\kappa_1 - \kappa_2|\right] A \, d\tau_{12}$$

$$I_2 = e^2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \varepsilon^{-3/2} \int \exp\left[-\alpha\frac{1+\varepsilon}{2\varepsilon}(r_1^2 + r_2^2) / |\kappa_1 - \kappa_2|\right] A \, d\tau_{12} \quad (21)$$

mit $A = 1$ wird

$$I_1 = 2 e^2 \sqrt{\frac{\alpha}{(1+\varepsilon)\pi}} \quad I_2 = 8\left(\frac{1}{1+\varepsilon} + \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\right) e^2 \sqrt{\frac{\alpha}{(1+\varepsilon)\pi}}$$

mit $A = 1$ erhalten wir ^{für} die beiden Terme die gleiche allgemeine Form.

$$I = P(q) e^2 \sqrt{\frac{\alpha}{(1+\varepsilon)\pi}} \quad q = \frac{1}{1+\varepsilon}$$

Für eine ausführliche Behandlung der Integrale (18) ... (21) sei auf die in der Einleitung erwähnte Anlage zu dieser Arbeit verwiesen.

Literaturverzeichnis

1. K.A. Brueckner, C.A. Levison, Phys.Rev. 97, 1344 (1955)
2. R.J. Eden, N.C. Francis, Phys.Rev. 97, 1366 (1955)
3. H.A. Bethe, Phys. Rev. 103, 1353 (1956)
4. Gammel, Christian, Thaler, Phys.Rev. 105, 311 (1957)
5. Bethe, Rose, Phys. Rev. 51, 283 (1937)
6. C.C. Lauritsen, Phys. Rev. 83, 512 (1951)
7. Lederer: "Über die Wechselwirkung zwischen zwei Nukleonen"
Diplomarbeit, Inst. f. Theor. Physik, München
8. C.C. Lauritsen, Rev. of Mod. Physics 20, 191 (1948)
22, 291 (1950)
24, 321 (1952)
27, 77 (1955)
9. C.W. Li, Phys. Rev. 88, 1038 (1952)
10. J.E. Drummond, Phys. Rev. 97, 1004 (1955)
11. B. Hahn, D.G. Ravenhall, R. Hofstadter, Phys. Rev. 101, 1131 (1956)
12. R. Schulten, Z. Naturforschung, 8a, Heft 12, 59 (1953)
Florian, Z. Naturforschung, 9a (1954)
13. E.P. Wigner, Phys. Rev. 43, 252 (1933)
Z. Phys. 83, 253 (1933)
14. S.D. Drell, K. Huang, Phys. Rev. 91, 1527 (1953)
15. D. Kurath, Phys. Rev. 101, 216 (1956)
16. nach persönlicher Mitteilung.
17. I. Talmi, R. Thieberger, Phys. Rev. 103, 718 (1956)
18. D. Kurath, Phys. Rev. 91, 1430 (1953)
19. W. Wild, K. Wildermuth, Z. Naturforschung, 9a, 799 (1954)
20. A. Florian, P. Urban, K. Wildermuth, Z. Naturforschung, 9a, 748 (1954)
21. R. Hüper, Z. Naturforschung, 12a, 295 (1957)
22. D.R. Hartree, Proc. Cambr. Phil. Soc. 24, 89, 111 (1928)
23. U. Fock, Z. Phys. 61, 126, (1930)
24. E. Feenberg, Phys. Rev. 75, 320 (1949)

L e b e n s l a u f

Am 9.6.1921 wurde ich als Sohn des Dr. Hermann v. Siemens und seiner Ehefrau Charlotte geb. Freiin v. Maltzan in Berlin geboren. Meine Grundschulbildung genoss ich in Berlin-Wannsee in einer Privatschule. In den Jahren 1930 bis 1939 besuchte ich das staatl. Viktoria-Gymnasium zu Potsdam, in dem ich eine humanistische Ausbildung erhielt und meine Reifeprüfung ablegte.

Nach Ableistung meiner Dienstpflicht im Deutschen Arbeitsdienst in den letzten Monaten vor Kriegsbeginn trat ich im Herbst 1939 in die Firma Siemens u. Halske in Berlin als Hochschulpraktikant ein. Nach einem Jahr wurde ich zur Deutschen Kriegsmarine nach Glücksburg bei Flensburg eingezogen. Die Kriegszeit führte mich zuerst als Marine-Artillerist nach Pillau und ans Nordkap, später als Seemann in einer Vorposten-Flottille nach Holland und wieder in den Ostseeraum. Im Juli 1945 wurde ich aus dem militärischen Dienst entlassen und liess mich nach einigen Monaten, die ich in Bayern verbrachte, in Bonn bei der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität in der Naturwissenschaftlichen Fakultät immatrikulieren. Nach Ablegung der Diplom-Vorprüfung im Jahre 1949 setzte ich meine Studien an der Ludwig-Maximilians-Universität zu München fort, bei deren Naturwissenschaftlichen Fakultät ich jetzt um Zulassung zur Doktorprüfung gebeten habe.

Henning v. Siemens

